Concursul Interjudeţean de Matematică "Cristian S. Calude"

Proba pe echipe, clasele IX-XII

27 octombrie 2013

RUNDA a II-a

Problema 1. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1^2-1}}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2^2-1}}}+\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{3^2-1}}}+...+\frac{1}{\sqrt{n+\sqrt{n^2-1}}}=32+\sqrt{\frac{2049}{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Problema 2. Să se determine numerele $a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0$, pentru care

$$\left|a \cdot x^2+b \cdot x+c\right| \leq \left(x-\frac{1}{a}\right)^2, (\forall) x \in \mathbb{R}.$$

Problema 3. Fie a,b,c,d numerele naturale astfel încât $\log_a b=\frac{3}{2}$ şi $\log_c d=\frac{5}{4}$. Dacă $a-c=9$, să se calculeze $b-c$.

Problema 4. Fie şirul $\left(x_n\right)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1>0,\ x_1+x_2+x_3+...+x_n=\frac{1}{\sqrt{x_{n+1}}}, n \geq 1.$ Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty}\left(n^2 \cdot x_n^3\right)$.